

# Lista Foice 5

## Rafael Timbó

### I. DIFUSÃO

Considere uma distribuição de partículas semelhantes, sendo  $n(z)$  a concentração dessas partículas em função da coordenada  $z$ . A lei de Fick (também conhecida como primeira lei da difusão) relaciona o fluxo de partículas por unidade de tempo com o gradiente de concentração com:

$$\Phi_z = -D \left( \frac{\partial n}{\partial z} \right)$$

Onde  $D$  é o coeficiente de difusão do fluido.

a) A partir da lei de Fick, mostre a que  $n(z, t)$  é dado pela equação diferencial:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}$$

b) Resolva a equação encontrada no item anterior no caso em que  $n(x, 0) = n_0 \delta(x)$ , em que  $\delta(x)$  é a função delta de Dirac.

### II. COEFICIENTES

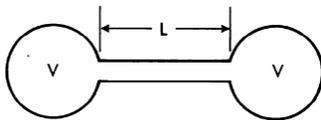
A partir de argumentos termodinâmicos, mostre que o coeficiente de difusão é dado pela expressão:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}$$

Onde  $\lambda$  é o livre caminho médio das partículas do fluido e  $\bar{v}$  é a sua velocidade média.

### III. QUASE QUÍMICA

Dois recipientes iguais, cada um com volume  $V$ , estão conectados com um tubo de comprimento  $L$  e seção de área  $A$  pequena ( $LA \ll V$ ). Inicialmente, o primeiro recipiente contém uma mistura de monóxido de carbono a uma pressão parcial  $P_0$ , e nitrogênio a pressão parcial de  $(P_T - P_0)$ . O segundo recipiente contém somente nitrogênio a pressão de  $P_T$ . O coeficiente de difusão de monóxido de carbono em nitrogênio é  $D$ . Obtenha a pressão parcial do monóxido de carbono no primeiro recipiente em função do tempo.



### IV. CONDUTIVIDADE TÉRMICA

a) Podemos definir um vetor análogo à densidade de corrente elétrica para o transporte de energia térmica, da forma:

$$\vec{J} = -K \vec{\nabla} T$$

Onde  $K$  é a condutividade térmica do material por onde a energia térmica flui. Através do balanço energético em um volume de controle, mostre que vale a equação:

$$K \nabla^2 T = C_\rho \frac{\partial T}{\partial t}$$

Onde  $C_\rho$  é a capacidade térmica por unidade de volume do material.

b) Considere uma esfera de ferro de raio  $R$  que foi aquecida até  $T_0 > 0^\circ C$ , enquanto sua superfície é mantida em  $T = 0^\circ C$ . Sendo  $K$  e  $C_\rho$  a condutividade térmica e a capacidade térmica por unidade de volume do ferro, respectivamente, determine a temperatura no centro da esfera num instante posterior, da ordem de alguns minutos após o início do resfriamento.

### V. SUPERFÍCIES

Devido a interações intermoleculares na superfície dos líquidos, podemos definir uma energia associada a esta da forma:

$$E = \sigma A$$

Em que  $\sigma$  é a tensão superficial do líquido em questão.

a) Determine a diferença de pressão entre a superfície interna de uma gota e o meio externo.

b) Faça o mesmo para uma bolha.

c) Generalize o resultado do primeiro item para uma superfície genérica formada por 2 arcos de circunferência perpendiculares, de raios  $R_1$  e  $R_2$ .

### VI. TUBOS CAPILARES

Determine a altura máxima que um líquido de tensão superficial  $\sigma$  e densidade  $\rho$  pode subir em um tubo capilar de raio  $r$ , sendo  $\theta$  o ângulo que o menisco forma com as paredes do tubo.

## VII. BOLHA DANÇANTE

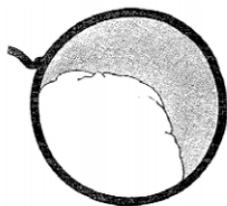
Uma bolha esférica de raio  $r$ , contendo um gás ideal diatômico, é revestida com uma fina camada de sabão de espessura  $h$  e é colocada no vácuo. A camada de sabão possui tensão superficial  $\gamma$  e densidade  $\rho$ .

a) Encontre a capacidade térmica molar do gás dentro da bolha para um processo em que o gás é aquecido tão lentamente que a bolha sempre se mantém em equilíbrio mecânico em função da constante universal dos gases,  $R$ .

b) A bolha, originalmente de raio  $r$ , sofre uma pequena perturbação radial. Encontre uma expressão para a frequência angular de pequenas oscilações radiais da bolha, assumindo que a capacidade térmica da camada de sabão é muito maior que a capacidade térmica do gás dentro da bolha. Assuma também que o equilíbrio térmico dentro da bolha é atingido muito rapidamente em comparação com o período de oscilação.

## VIII. ESTIMATIVAS

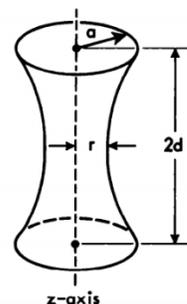
Estime o tempo que leva para um filme circular de sabão colapsar. O filme de sabão é circular, com diâmetro  $D = 10\text{cm}$  e espessura  $h = 1\mu\text{m}$ . A tensão superficial é  $\sigma = 0,025\text{N/m}$ .



## IX. LÍQUIDO GRUDENTO

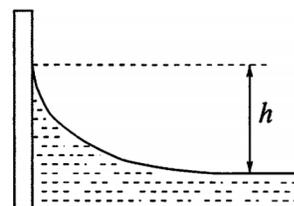
Um filme líquido de tensão superficial  $\sigma$  é esticado entre duas placas circulares de raio  $a$ , como mostrado. Encontre a função  $r(z)$ . O que você pode concluir sobre

esse formato de superfície? Você pode demonstrar esse resultado por argumentos matemáticos? A partir de um certo comprimento  $d$ , a superfície entra em colapso e se desfaz. Encontre uma relação entre  $a$  e  $d$  para que isso ocorra.



## X. MENISCO

A água de um aquário forma o menisco mostrado na figura. Calcule a altura  $h$  que o menisco alcança relativo à superfície da água a uma distância suficientemente grande.



Dados:  $\rho$ -densidade da água,  $\gamma$ - tensão superficial da água,  $g$ -gravidade