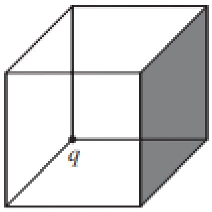
Foice - Eletrostática 1.0

Vinícius Ferreira

2019

1 Pense grande

Uma carga q fica no canto traseiro de um cubo, como mostra a Figura. Qual é o fluxo de $\vec{E}$ através do lado sombreado?

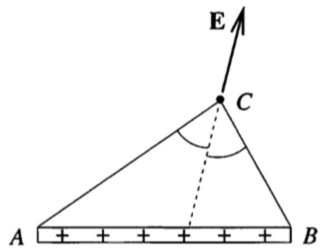


2 Paradoxo da casquinha de sorvete

Prove que o campo elétrico tende ao infinito/indeterminado exatamente na ponta de um cone oco (casquinha de sorvete) uniformemente carregado, mas não no mesmo ponto só que para um cone preenchido.

3 O que é, o que é

Há uma barra carregada com uma distribuição uniforme de cargas. Mostre que em um ponto arbitrário, o campo elétrico aponta na direção da bissetriz do ângulo ACB. Então, determine o formato das superfícies equipotenciais desse caso.



4 c.q.d

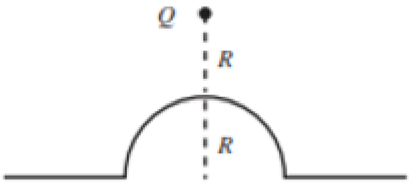
O primeiro teorema de unicidade para a eletrostática diz que a solução para a equação de Laplace, $\nabla^2 V = 0$, é exclusivamente determinada se V for especificado numa superfície S. Pórem o mesmo se aplica se a densidade de carga em toda a região e o valor de V em todos os contornos forem especificados ($\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon}$). Prove tal teorema.

5 Evite ser corno

Uma carga pontual q de massa m é liberada do repouso a uma distância d de um plano condutor infinito aterrado. Quanto tempo a carga irá demorar para atingir o plano?

6 Uma leve diferença

Um plano condutor infinito tem um ressalto hemisférico nele de raio R. Uma carga pontual Q está localizada a uma distância R acima do topo hemisfério, como mostra a Figura. Encontre a força sentida pela carga Q.



7 Nem tudo é uniforme

Demonstre que a distribuição de cargas induzidas em uma esfera condutora em um campo elétrico E_0 uniforme é $\sigma = 3\varepsilon_0 \cdot E_o \cdot cos\theta$, onde θ é o ângulo polar.

8 Nada demais por aqui

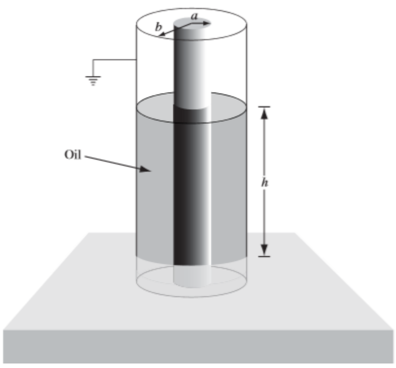
Encontre o campo elétrico interno produzido por uma esfera uniformemente polarizada de raio R e vetor Polarização $\vec{P}$.

9 Campo interno

Determine o campo interno total de uma esfera dielétrica de raio R e permissiviade ε imersa num campo uniforme $\vec{E}_0$

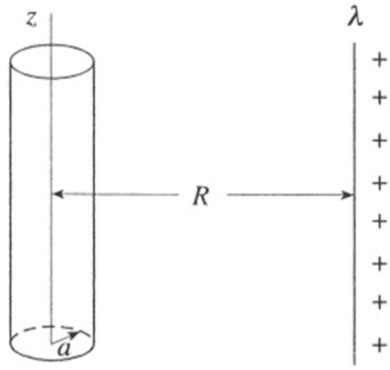
10 Seria isso mágica?

Dois tubos cilíndricos metálicos coaxiais longos (raio interno a, raio externo b) ficam na vertical em um tanque de óleo dielétrico (susceptibilidade χ_e, densidade de massa ρ). A interna é mantida no potencial V e a externa é aterrada . A que altura (h) o óleo se eleva, no espaço entre os tubos?



11 Longo e cilíndrico

Um cilindro oco longo, de paredes finas, condutor perfeito é orientado ao longo do eixo z conforme mostrado na Figura. Um fio longo e fino, portador de uma densidade de carga linear uniforme λ, corre paralelo ao cilindro, a uma distância R do centro. Encontre o potencial elétrico no plano xy.



12 RC

Considere um capacitor de capacitância C imerso em um meio com resistividade ρ. Quando foi usado um ohmímetro para medir a resistência entre os terminais, a medição foi R. Mostre que, independentemente da geometria, $RC = \rho \cdot \varepsilon$.

13 $\rho\rho\rho$

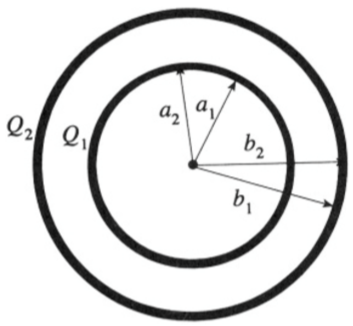
Uma figura de chocolate do Papai Noel, embrulhada em papel alumínio, é carregada eletricamente e fica pendurada em um cordão isolante. A figura perde lentamente sua carga porque o ar possui uma condutividade pequena, mas diferente de zero σ. Supondo que a condutividade do ar seja a mesma em todos os lugares, quanto tempo levará a carga do Papai Noel pela metade?

14 Analogia Eletro-Hidrodinâmica

Num líquido incompressível ($\nabla \cdot \vec{v} = 0$) e sob regime irrotacional ($\nabla \times \vec{v} = 0$), faz-se movimentar uma esfera de raio R. Para determinar o campo de velocidades do líquido, podemos recorrer a uma analogia com um caso mais conhecido na eletrostática, já que tanto $\vec{v}$ quanto $\vec{E}$ obedecem as mesmas equações. Sabendo disso, idealize um caso eletrostático simples que respeite as mesmas condições de contorno do caso hidrodinâmico e, assim, determine $\vec{v}(r,\theta)$.

15 Capacitor esférico

Considere duas esferas de metal concêntricas de espessura finita no vácuo. A esfera interna possui raios $a_1 < a_2$. A esfera externa possui raios $b_1 < b_2$.



a) Uma carga Q_1 é colocada na esfera interna e uma carga Q_2 na esfera externa. Encontre a densidade de carga em cada uma das quatro superfícies. Se $Q_2 = -Q_1$ qual é a capacitância mútua do sistema?

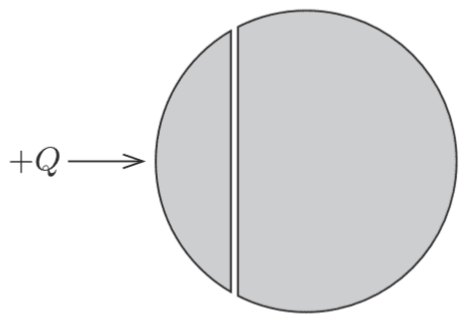
b)Se o espaço entre as esferas é preenchido com material isolante de constante dielétrica ε, quais são as densidades de carga superficial e as densidades de carga superficial de polarização para Q_1 e Q_2 arbitrários e capacitância mútua para $Q_2 = -Q_1$?

16 Prótons infinitos

Um acelerador produz prótons de carga e e energia cinética K, sem parar. Um no feixe de prótons é apontado em direção à esfera condutora de raio R e distando d do eixo do centro, porém vindos do infinito. Calcule o potencial da esfera depois de um tempo muito grande.

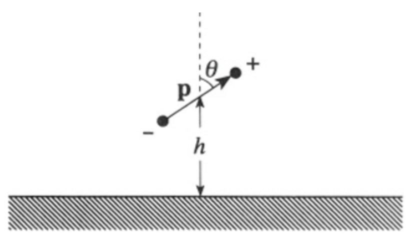
17 13+4 anos

Considere a situação ilustrada, em que somente a calota da esquerda recebe a carga Q e a parte da direita é neutra. As duas partes são separadas por uma distância bem pequena e a esfera condutora inteira possui raio R. Considere que a "altura"da calota da esquerda á h. Calcule a força de interação entre as duas partes.



18 Dipolo imagem

Um dipolo elétrico de momento $\vec{p}$ é colocado a uma altura h acima de um plano metálico aterrado e faz um ângulo θ em relação à normal desse plano.

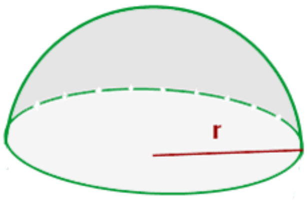


a) Calcule os módulos e as direções da força e do torque sentidos pelo dipolo.

b) Calcule o trabalho necessário para levar o dipolo ao infinito

19 Metade do trivial

Prove que a superfície plana de uma casca hemisférica carregada é uma equipotencial.



20 Essa é a que você pula

Quando um corpo se move em um líquido, o movimento do corpo coloca o líquido em movimento também. O movimento do líquido contribui para a energia cinética total do o sistema e, portanto, leva a um aumento da massa efetiva do corpo. A diferença da massa efetiva e da massa real do corpo é referida como a massa adicional. A massa adicional depende do tamanho e forma do corpo. Considere um certo corpo metálico de volume V e polarizabilidade α ao longo do seu eixo de simetria x (isto é, um campo elétrico homogêneo aplicado externamente $\vec{E}$ induz o momento dipolar total $\vec{p} = \alpha\vec{E}$ neste corpo). Além disso, a forma do corpo é tal que, se fosse feita de um material dielétrico homogêneo e colocado em um campo elétrico homogêneo, o campo elétrico dentro do corpo também seria homogêneo. Encontre a massa adicional deste corpo quando ele começar movendo-se translacionalmente, paralelamente ao eixo x, num líquido incompressível inicialmente imóvel de densidade ρ. A viscosidade do líquido é insignificante. Expresse a resposta em termos de V, ρ, α e constantes físicas. Dica: Inicialmente, o líquido invíscido sem vórtices permanece livre de vórtices, isto é, $\oint \vec{v}\cdot d\vec{r} = 0$ para qualquer contorno de integração dentro do líquido, onde $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r},t)$ é a velocidade do fluido na posição $\vec{r}$; t indica um momento fixo de tempo.

Gabarito

1)$\phi = \frac{q}{24\varepsilon_0}$

2)Demonstração

3)Demonstração. As superfícies equipotenciais são elipses com focos em A e B.

4)Demonstração

5)$T = \pi\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 d^3 m}{q^2}}$

6)$F = \frac{737kq^2}{3600R^2}$

7) Demonstração

8)$\vec{E}_{in} = \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$

9)$\vec{E}_{in} = \frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\cdot\vec{E}_0$

10)$h = \frac{\varepsilon_0(1+\chi_e)V^2}{\rho(b^2-a^2)gln(\frac{b}{a})}$

11)$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}ln(\frac{|\vec{r}-\vec{R}|}{|\vec{r}-\vec{d}|})$; $|\vec{d}| = \frac{a^2}{R}$

12) Demonstração

13)$t = \frac{\varepsilon_0}{\sigma}ln2$

14)$\vec{v} = \frac{v_0R^3}{2r^3}(2cos\theta\hat{r} + sen\theta\hat{\theta})$

15) a)$\sigma_1 = 0$; $\sigma_2 = \frac{Q_1}{4\pi{a_2}^2}$; $\sigma_3 = \frac{-Q_1}{4\pi{b_1}^2}$; $\sigma_4 = \frac{Q_1+Q_2}{4\pi{b_2}^2}$; $C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}$

b)$\sigma_{1p} = 0$; $\sigma_{2pe3p} = -\sigma_{2e3}\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon}$; $\sigma_{4p} = 0$; $C_\varepsilon = C\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

16)$V = K(1-\frac{d^2}{R^2})$

17)$F = \frac{Q^2(2R-h)(4R^2-h^2)}{32\pi\varepsilon_0 hR^2}$

18) a)$\vec{F} = \nabla(\vec{p}\cdot\vec{E})$; $\vec{N} = \vec{p}\times\vec{E}$

b)$W = \frac{(1+cos^2(\theta)p^2}{16h^3}$

19) Demonstração

20)$\Delta m = \frac{\rho V}{\frac{\alpha}{\varepsilon_0 V}-1}$