

# Foice - Eletromag EuPhO/IPhO

Vinícius Ferreira

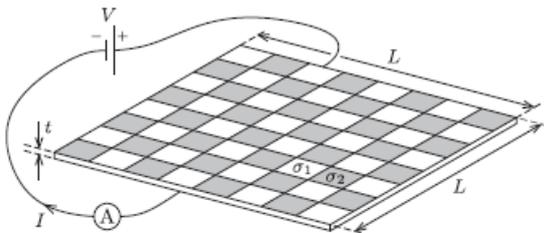
2020

## 1 Não sei física básica

Um disco metálico fino de raio  $R$  é carregado e carrega uma carga elétrica total  $Q$ . Encontre a distribuição de carga no disco.

## 2 Xadrez eletrodinâmico

Um tabuleiro de xadrez  $8 \times 8$  normal é feito de placas de dois metais diferentes, ambos são condutores elétricos bastante ruins. Os únicos outros elementos condutores são duas fitas condutoras que atuam como terminais, que apresentam condutividade muito alta. Eles estão posicionados em cada extremidade do quadro (mas não são mostrados na a figura). A espessura comum  $t$  das placas é muito menor que o comprimento  $L$  de o quadro.

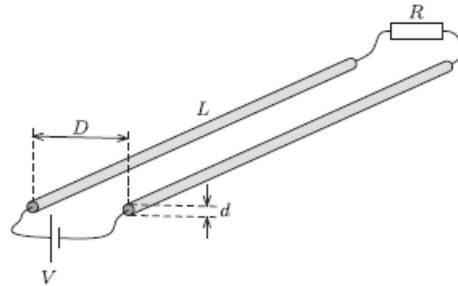


A condutividade dos quadrados claros é  $\sigma_1$ , e a dos escuros é  $\sigma_2$ . Encontre a corrente que flui através do tabuleiro de xadrez, se uma tensão constante  $V$  for aplicada nos terminais. Qualquer resistência da interface entre os quadrados pode ser negligenciada.

## 3 Equilíbrio eletromagnético

Dois condutores cilíndricos idênticos, muito longos, de diâmetro  $d$  e resistência insignificante, são paralelas entre si com os eixos separados por  $D = 50d$ .

Uma bateria de força eletromotriz (tensão)  $V$  é conectada entre as extremidades esquerdas dos fios, enquanto um resistor com resistência  $R$  está conectado nas outras extremidades (veja a figura). Encontre a resistência  $R$  que mantém os condutores em equilíbrio.



## 4 Desafio Hardcore

Demonstre que a indutância de um loop circular de fio em torno de um cilindro ferromagnético infinito de raio  $r$  pode ser escrito, fazendo as aproximações necessárias e usando as devidas condições de contorno, como:

$$L = \mu_0 \pi r \sqrt{\frac{\mu}{ln\mu}}$$

O cilindro é feito de um ferromagnético material de permeabilidade relativa  $\mu \gg 1$  (se necessário, você também pode assumir que  $ln\mu \gg 1$ ); o raio do loop é um pouco maior que  $r$  para que fique firmemente ao redor do cilindro.

## 5 Sim, eu gosto de cilindros longos

Ao deixar um ímã de massa  $m$  e momento de dipolo magnético  $p$  cair do topo de um tubo oco de plástico de comprimento  $l$ , nota-se um tempo de queda até a parte inferior relativamente pequeno, como já se

esperava. Entretanto, ao substituir o tubo de plástico por um tubo metálico não magnetizado com o mesmo comprimento, o tempo de queda torna-se notavelmente maior que o anterior, além de ser observado que o imã percorre a mesma distância com uma velocidade praticamente constante durante todo trajeto. Determine a diferença entre os tempos de queda  $\Delta t$ , sabendo que a condutividade do tubo de metal é  $\sigma$ , a sua espessura  $w$  é muito pequena, o raio da seção transversal é  $a \ll l$  e a gravidade local vale  $g$ .

A seguinte integral pode ser útil:

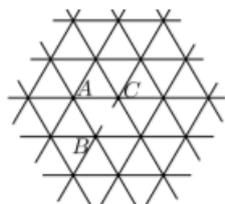
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u^2 du}{(u^2+1)^5} = \frac{5\pi}{128}$$

## 6 Haltere oscilante

Duas esferas de metal, ambas de massa  $M$  como o raio  $R$ , são conectadas a uma haste dielétrica rígida e sem peso, de comprimento  $L$ , assumindo que  $L \gg R$ . O sistema é colocado em um campo elétrico externo uniforme de módulo  $E$ ; negligencie as forças de gravidade e atrito. Encontre o período de pequenas oscilações deste sistema em torno de seu estado de equilíbrio estável.

## 7 Malha infinita trivial

A resistência de cada aresta é  $R$ . O fio que liga B e C é cortado. Determine a resistência entre A e B.



## 8 Malha infinita não tão trivial

Considere uma grade quadrada infinita de resistores. Vamos introduzir coordenadas  $x$  e  $y$ , para que todos os nós estejam nas coordenadas inteiras  $(n, m)$ , com  $n, m \in \mathbf{Z}$ . Para esta grade de resistores, todos os resistores horizontais, ou seja, os resistores entre pares de nós  $[(n, m), (n+1, m)]$ , têm a mesma resistência  $R$ ; todos os resistores verticais, ou seja, os resistores entre pares de nós  $[(n, m), (n, m+1)]$  têm a mesma resistência

$r$ . Para essa grade, a resistência efetiva  $R_{nn}$  entre os nós  $(0, 0)$  e  $(n, n)$  é igual a

$$R_{nn} = \frac{2\sqrt{Rr}}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1}$$

essa fórmula pode ser usada em sua solução. Quanto irá mudar a resistência efetiva entre os nós  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$  quando os nós  $(n, n)$  e  $(n+1, n+1)$  estão conectados com um pedaço de fio liso (resistência desprezível)? Em outras palavras, determine  $R'_{11} - R_{11}$ , em que  $R'_{11}$  é a nova resistência efetiva entre os nós  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$  após o curto-circuito nos nós  $(n, n)$  e  $(n+1, n+1)$ . Suponha que  $n > 1$ .

## 9 Complicando

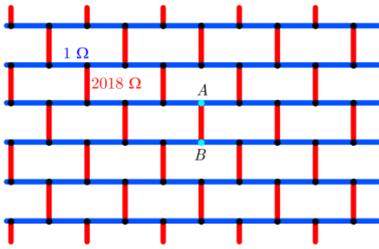
A resistividade de chapas eletricamente isotrópicas finas e homogêneas é geralmente caracterizada pela resistência de folha, aqui denominada  $\rho$ , que é a resistência entre as extremidades opostas de uma chapa de formato quadrado.

Considere uma folha muito ampla de resistência de folha  $\rho$ . Dois eletrodos pequenos são colocados na folha nos pontos A e B, a uma distância  $s \equiv |AB|$ . A resistência entre esses eletrodos é medida como  $R_1$ . A folha é então cortada para se tornar um círculo de raio  $r$  centralizado em um ponto O, de modo que  $\angle AOB = \theta$  e  $|OA| = |OB| < r$ . Denotando a nova resistência entre os dois eletrodos por  $R_2$ , encontre a variação da resistência  $\Delta \equiv R_2 - R_1$

## 10 É malha que você quer? Malha você terá

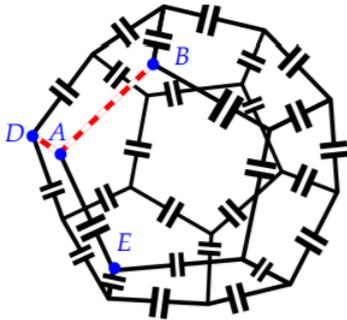
Considere a malha infinita de resistores como mostrado na figura. Cada pedaço azul de fio entre os nós vizinhos tem resistência  $R_b = 1\Omega$ , e cada pedaço de fio vermelho entre nós vizinhos tem resistência  $R_r = 2018\Omega$ . (Os nós estão marcados com círculos pretos). A resistência entre os nós A e B (marcado em ciano) vale  $\rho$ . Encontre  $r$  e  $R$  tais que

$$r < \rho < R \text{ e } \frac{R}{r} \leq 2$$



## 11 Figuras 3D são complicadas

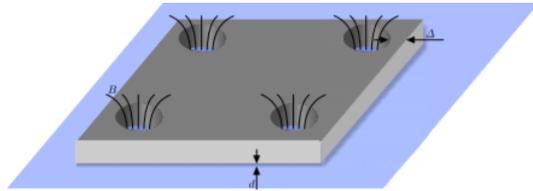
As arestas de um dodecaedro são feitas de arame de resistência elétrica desprezível; cada fio inclui um capacitor da capacitância  $C$ , veja a figura. Vamos marcar um vértice  $A$  e seus três vizinhos  $B$ ,  $D$  e  $E$ . os segmentos de fio  $AB$  e  $AD$  são removidos. Qual é a capacitância entre os vértices  $B$  e  $E$ .



## 12 Capacitor de placas paralelas, só que meio diferente

Uma placa supercondutora retangular de massa  $m$  tem quatro orifícios circulares idênticos, um perto de cada canto, veja a figura. Cada orifício possui um certo fluxo (todos os quatro fluxos são iguais e de iguais polaridades). A placa é colocada em uma superfície horizontal que também está em um estado supercondutor. A força magnética entre a placa e a superfície compensa o peso da placa quando a largura da o espaço de ar abaixo da placa é  $d$ , que é muito menor que a distância entre as arestas da placa e as arestas dos orifícios (indicadas por  $\Delta$  na figura);  $d$  também é muito menor que o raio dos furos. Quando a placa levita de tal maneira acima do suporte, a frequência de suas pequenas oscilações verticais é  $\nu_0$ . Em seguida, uma carga de massa  $M$  é colocada sobre a placa e a a placa levita acima do suporte.

Qual é a nova frequência  $\nu$  de pequenas oscilações verticais (quando a carga e a placa juntas oscilam para cima e para baixo)?



## Gabarito

- 1)  $\sigma(r) = \frac{Q}{4\pi R^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 - r^2}}$
- 2)  $I = Vt \sqrt{\sigma_1 \sigma_2}$
- 3)  $R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln 100 \approx 553 \Omega$
- 4) Demonstração
- 5)  $\Delta t = \sqrt{\frac{l}{g}} (k \sqrt{\frac{l}{g}} - \sqrt{2})$ ;  
 $k = \frac{45}{1024} \frac{\mu_0^2 p^2 \sigma \omega}{a^4}$
- 6)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{ML^5}{48\pi\epsilon_0 E^2 L^6}}$
- 7)  $\frac{3}{8}R$
- 8)  $-\frac{2\sqrt{Rr}}{\pi(4n^2 - 1)^2}$
- 9)  $\frac{\rho}{\pi} \ln\left(\frac{x}{y}\right)$ ;  $x = \sqrt{rr'}$ ;  $y^2 = x^2 + r'^2 - 2r'x \cos \theta$ ;  
 $r' = \frac{s}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$
- 10)  $r \approx 37 \Omega$  e  $R \approx 45 \Omega$
- 11)  $\frac{11}{18}C$
- 12)  $\nu = \nu_0 \left(\frac{M+m}{m}\right)^{\frac{1}{4}}$